GPCC 報告 (2019 年)
Games and Puzzles Competitions on Computers

http://hp.vector.co.jp/authors/VA003988/gpcc/gpcc.htm

藤波順久*

1　2019 年の課題

2019 年の GPCC では、以下の課題を取り上げた。

BRIDGET　二人で行うボードゲームである。8 × 8 の盤に白と黒の立体テトロミノを交互に置き、盤の任意の対辺をつないだ人が勝ちである。ピースはそれぞれ、L × 4, S × 4, T × 4, O × 2 の 14 個を使う。置き方には以下の制限がある。

- 各ピースの少なくとも一つの立方体が盤に接するように置く
- 宙に浮いている立方体ができてはいけない

「つながっている」の定義は、以下の二通りを選択可能とする。

(2D ルール) 真上から見てつながっている
(3D ルール) 真上から見てつながっている、かつ、段差が発生する場合は壁がすべて同色

それぞれ 14 個のピースをすべて置いても対辺をつなげられなかった場合、ステイルメイトとなる。その場合は、真上から見て、盤の縁のマスを占める数が多いほうを勝ちとする (これは紙の説明書のルールに従っており、Web の説明[1]とは異なる)。
なお、ピースをすべて置く前であっても、ピースを置けなくなる場合がある。その場合、置けない人はパスで、二人とも置けない場合はステイルメイトと同じ扱いとすることにする。

Otrio(オートリオ)　2〜4 人で行うボードゲームである。3 種類の異なる大きさのリングを 3 × 3 の盤面に置いていく。各マスには各大きさのリングを 1 個ずつ置ける。リングの色は各自決まっていて、各大きさ 3 個ずつ持っている。次のいずれかの状態にした人が勝ちである。

1. 同じマスに同色の大中小のリングを置く
2. 縦横斜めいずれかの直線上に大中小の順に同色のリングを置く
3. 縦横斜めいずれかの直線上に同じ大きさの同色のリングを置く

---

*株式会社ソニー・インタラクティブエンタテインメント、GPCC chair
[1] https://etgames.co.uk/how-to-play/bridget/

なお、2 人で行う場合には特別なルールがある。各自 2 色 (各色各大きさ 3 個ずつ) のリングを持ち、色は交互に使う。

2　2019 年の進展

Otrio については、高知工科大学の松崎さんと寺村さんが、プレイヤ 2 人の場合については初手および 2 手目の勝敗をすべて解析した。また、プレイヤが 3 人・4 人の場合についても解析し、第 61 回プログラミング・シンポジウムで発表予定である。これらの概要を 3 節に示す。

BRIDGET はルールの解釈が難しかったため、まずルールの議論が行われた。プログラミング・シンポジウム期間中の GPCC 会議では、「つながっている」の定義が問題となり、2D ルールと 3D ルールを選択可能とすることで落ち着いた。その後ステイルメイトのルールが発見され、しかもその場合の勝敗の決め方は、紙の説明書と Web の説明で異なっていることが判明した。Web の説明に従うとさらに議論を呼びそうだったため、紙の説明書に従うことになった。

これで決着と思われたがまだ続きがあった。chair が試しにプログラムを作ってみたところ、それぞれ 14 個のピースをすべて置く前でも、ピースを置けなくなる場合が見つかり、二人とも置けない場合はステイルメイトと同じ扱いをすることにした。

棋譜の表記についても議論が行われた。その結果を 4 節で紹介する。

3　Otrio の 2 人・3 人・4 人プレイの解析 — 松崎 公紀，寺村 舞童華（高知工科大学）

3.1　概要

Otrio は，プレイ人数 2〜4 人で行う有限零和確定完全情報ゲームであり，Tic-Tac-Toe を 3 次元（実際の盤上では 3 次元目はコマの大きさで表現される）4 色のコマに拡張したものと考えることができる．ルールが単純であるものの，3 次元であること，3 人以上のプレイが可能であることが興味深いゲームである．著者らは，Otrio の 2 人プレイの解析について情報処理学会第 42 回ゲーム情報学研究会にて発表し [1]，Otrio の 3 人・4 人プレイの解析について情報処理学会第 61 回プログラミング・シンポジウムにて発表する [2].

以降では，Otrio における各手を，横方向の座標（a，b，c），縦方向の座標（1，2，3），およびコマの大きさ（L（大），M（中），S（小））の 3 文字を並べたもので表現する．例えば，左上に大のコマを置く手は a1L と表され，中央に中のコマを置く手は b2M と表される．

3.2　2 人プレイの解析 — 通常のルール

まず，プレイヤ数が 2 で，それぞれのプレイヤが 2 色のコマを用いる場合について解析を行った．解析には，先手勝ちであるかを判定するプログラムと後手勝ちであるかを判定するプログラムの 2 つを用いた．それぞれのプログラムは，深さ優先探索と枝刈りによるもので，調べる手の優先順位付け（ムーブオーダリング），局面のキャッシュ，確実に引き分けとなる

局面の判定，の 3 つの工夫を行った．

本研究では,（対称なものを除く）すべての最初の 2 手について，先手勝ち・後手勝ち・引き分けのいずれになるかを判定した．その結果，先手の初手 6 通りに対する結果は以下のようになった．

- 先手勝ち：b2M
- 引き分け：a1L，b1M
- 後手勝ち：a1M，b1L，b2L

先手の初手 a1L と b1M に対して，引き分けにすることができる後手の手は b2M のみであった．それ以外の手では，先手が次に b2M に置くことで先手勝ちになる．先手の初手 a1M に対して，後手勝ちとなる手は b2M のみであり，それ以外の手では先手勝ちとなった．一方，先手の初手 b1L では，後手勝ちとなる手は b2M のみであるのは変わらないが，引き分けとなる手が b1M と b3M のふたつあった．先手の初手 b2L では，後手勝ちとなる手は b2M のみであり，引き分けとなる手が b1M のひとつあった．

以上より，先手・後手の初手において，b2M（中央に中のコマ）が置ける場合にはそこに置くことが最善手であることが確かめられた．

3.3　2 人プレイの解析 — 中央に中のコマを置けない場合

通常ルールでの 2 人プレイの解析から分かるように，Otrio では b2M（中央に中のコマ）という手が非常に大きな影響を及ぼす．そこで，先手後手ともに b2M という着手を禁止したルール（Otrio に同梱される説明書にもこのルールへの言及がある）においても解析を行った．

この場合でも同様に,（対称なものを除く）すべての最初の 2 手について，先手勝ち・後手勝ち・引き分けのいずれになるかを判定した．その結果，先手の初手 5 通りはすべて引き分けとなった．先手の初手ごとに，引き分けとなる後手の手をすべて示すと以下のとおりである．これ以外は先手勝ちとなる．

- 先手 a1L ⇒ a1S，b1M，c1L，c1S，c3S
- 先手 a1M ⇒ a1L，b1M，c1L，c1M，c2M，c3L，c3M
- 先手 b1L ⇒ a1L，a1S，b1M，b1S，a2S，b2S，a3L，a3M，a3S，b3L，b3M，b3S
- 先手 b1M ⇒ a1L，b1L，a3L，a3M，b3L，b3M
- 先手 b2L ⇒ a1L，a1M，a1S，b1L，b1M，b1S，b2S

Otrio と同様に Tic-Tac-Toe を 3 次元化した 3D Tic-Tac-Toe では，盤面の大きさが $3\times3\times3$ の場合には先手後手ともに中央に置けない場合でも先手勝ちであることが分かっている．Otrio では，中央に中のコマを置けない場合は引き分けであり，類似のゲームと異なる結果となった．

3.4　3 人プレイの解析

多人数ゲームは，2 人ゲームと以下の 2 点で大きく異なる．

選好順序 各プレイヤは，自分を含めプレイヤ間で勝たせたい順序をもつ．これを選好順序と呼ぶ．一般に多人数ゲームでは，他プレイヤの選好順序の違いにより自分の結果が変わることがありうる．

結託 あるプレイヤの組が互いに高い選好順序である状態を結託と呼ぶ．多人数ゲームにおいて，結託が勝敗に与える影響の大きさは重要である．

本研究では，深さ優先探索によるゲーム木探索と枝刈りを併用したプログラムを作成した．そのプログラムには以下の情報を入力として与える．

- プレイヤ数
- 各プレイヤの選好順序
- 勝ちを判定するプレイヤ
- 結託処理の有効／無効
- 開始盤面への棋譜

プログラムの出力は，ゲーム木の各節点（開始盤面から一定の深さまで）における結果（勝ちを判定するプレイヤの勝ち，または引き分け）と探索ノード数である．

まず，3 人のプレイヤのうち 2 人が結託した場合について調査した．その結果，3 人のプレイヤのうちどの 2 人が結託しても，その 2 人のうち勝つプレイヤを決定できることが分かった．たとえば，プレイヤ $P2$ と $P3$ が結託すると，$P2$ を勝たせることもできるし，$P3$ を勝たせることもできる．

次に，プレイヤがまったく結託しない場合について調査を行った．プレイヤが結託しない場合には，勝ちを判定するプレイヤを限定することができないため，探索空間が大きくなってしまう．そのため，最初の数手について有望そうな手に絞って調査を行った．その結果，調査を行った比較的有望そうな最初の数手に対して，いずれも引き分けという結果になり，プレイヤがまったく結託しない場合には全てのプレイヤが最善を尽くすと引き分けとなるのではないかと予想する．

3.5 4 人プレイの解析

4 人プレイにおいては，2 プレイヤもしくは 3 プレイヤが結託した場合のみ調査した．

4 人プレイにおいて，2 対のプレイヤが互いに結託した場合は 2 人プレイと同様に考えることができる．調査の結果，プレイヤ $P1$ が他のいずれかのプレイヤと結託すると，そのいずれかのプレイヤを勝たせることができることが分かった．一方，そのように結託した場合において，勝たせるプレイヤを決定できるかについては，現実的な時間で結果を得ることができず未解決である．

次に，プレイヤ $P1$ 以外の 3 プレイヤが結託するとどうなるかについて調査した．この場合には，結託した 3 プレイヤのどのプレイヤを勝たせるかが決定できることが分かった．すなわち，3 プレイヤが結託すると，プレイヤ $P1$ がどのように着手しても，プレイヤ $P2$，$P3$，$P4$ のうち特定のプレイヤを勝たせることができる．

4 人プレイにおいてプレイヤが結託しない場合については，現実的な時間で結果を得ることができず，未解決である．

3.6 Otrio の局面数

ゲームが解決可能かどうかを考えるにあたり，ゲームのとりうる局面数がひとつの指標となる．コマを配置できる場所の数，コマの色数，および対称性から状態数の上界を簡単に求

めると，2 人・4 人プレイでは $5^{27}/16 \approx 4.66 \times 10^{17}$，3 人プレイでは $4^{27}/16 \approx 1.13 \times 10^{15}$ となる．この上界はかなり雑な見積りであるので，ある程度正確な局面数を求めた．

まず，初期盤面から 1 手ごとに全ての局面を列挙した．この際，回転，反転，および，大小コマの反転による 16 通りの対称な局面については，そのいずれかのみ列挙し重複して数えないようにした．また，あるプレイヤの勝ちが確定した局面については，それ以上先の局面を生成しないようにした．使用した計算機のメモリの制限（32GB）より，正確な局面数が数え上げられたのは 8 手までであった．

9 手より先の局面数を正確に求めることができなかったため，そこから先についてはサンプリングによる推定を行った．具体的には，一手前の局面から 10^{10} 局面を独立に 2 回サンプリングし，それぞれ一手進めた局面数とその重複率から局面数を推定した．この推定により得られた総局面数は，3 人プレイの場合およそ 2.8×10^{10}，4 人プレイの場合およそ 1.2×10^{11} となった．

参考文献

[1] 寺村舞童華，松崎公紀：Otrio の 2 人ゲームにおける先手必勝な盤面についての調査，情報処理学会第 42 回ゲーム情報学研究会，Vol. 2019-GI-42(5) (2019).

[2] 松崎公紀，寺村舞童華：ゲーム Otrio の 3 人および 4 人プレイの解析，情報処理学会第 61 回プログラミングシンポジウム (2020).

4　BRIDGET の棋譜

この節では、BRIDGET の各手を英数字 4 または 5 文字で記録する方法を紹介する。

BRIDGET のピースは、少なくとも一つの立方体が盤に接するように置くため、座標の指定は 2 次元でよい。そこでピースの「中心」を適当に決めて、その位置を x 座標 (左から)、y 座標 (上から) の順に 1〜8 の数字で表すことにする。

向きの指定は 3 次元の回転を考える必要がある。例えば T テトロミノなら、以下に図示するように T0 から T11 まで 12 通りの向きがある。各向きは左から 1 段目、2 段目、3 段目の形で示す。中央のマスが「中心」である。「×」は、宙に浮いている立方体ができないように、他のピースで埋まっている必要のある場所である。

```
T0:                 T4:                 T8:
—■—  ———  ———       ———  ———  ———       ———  ———  ———
—■■  ———  ———       —■×  —■■  —■—       —■—  —■—  —■—
—■—  ———  ———       ———  ———  ———       —×—  —■—  ———
T1:                 T5:                 T9:
———  ———  ———       ———  ———  ———       —×—  —■—  ———
■■■  ———  ———       ×■×  ■■■  ———       —■—  —■—  ———
—■—  ———  ———       ———  ———  ———       —×—  —■—  ———
T2:                 T6:                 T10:
—■—  ———  ———       ———  ———  ———       —×—  —■—  ———
■■—  ———  ———       ×■—  ■■—  —■—       —■—  —■—  —■—
—■—  ———  ———       ———  ———  ———       ———  ———  ———
T3:                 T7:                 T11:
—■—  ———  ———       ———  ———  ———       —■—  ———  ———
■■■  ———  ———       ■■■  —■—  ———       —■—  —■—  ———
———  ———  ———       ———  ———  ———       —■—  ———  ———
```

L テトロミノ、S テトロミノ、O テトロミノについても、以下に図示するように向きの番号を決めておく。

「中心」を置くマスの座標を表す数字 2 文字に続けて、ピースの種類と向きを図に従って 2 または 3 文字で表せば、BRIDGET の各手を (手番を加味すれば) 一意に表すことができる。例えば T テトロミノを 0 番の向きで盤の左上隅に置く手は、12T0 と表される。

```
L0:                L8:                L16:
—■— ——— ———        ——— ——— ———        —■— ——— ———
—■— ——— ———        ■■— —■— —■—        —■— —■— —■—
■■— ——— ———        ——— ——— ———        ——— ——— ———
L1:                L9:                L17:
■—— ——— ———        ——— ——— ———        —■— —■— ———
■■■ ——— ———        ■■■ ■—— ———        —■— ——— ———
——— ——— ———        ——— ——— ———        —■— ——— ———
L2:                L10:               L18:
—■■ ——— ———        ——— ——— ———        ——— ——— ———
—■— ——— ———        —■× —■× —■■        —■— —■— —■—
—■— ——— ———        ——— ——— ———        —×— —×— —■—
L3:                L11:               L19:
——— ——— ———        ——— ——— ———        —×— —■— ———
■■■ ——— ———        ××■ ■■■ ———        —×— —■— ———
——■ ——— ———        ——— ——— ———        —■— —■— ———
L4:                L12:               L20:
—■— ——— ———        ——— ——— ———        ——— ——— ———
—■— ——— ———        —■■ —■— —■—        —■— —■— —■—
—■■ ——— ———        ——— ——— ———        —■— ——— ———
L5:                L13:               L21:
——■ ——— ———        ——— ——— ———        —■— ——— ———
■■■ ——— ———        ■■■ ——■ ———        —■— ——— ———
——— ——— ———        ——— ——— ———        —■— —■— ———
L6:                L14:               L22:
■■— ——— ———        ——— ——— ———        —×— —×— —■—
—■— ——— ———        ×■— ×■— ■■—        —■— —■— —■—
—■— ——— ———        ——— ——— ———        ——— ——— ———
L7:                L15:               L23:
——— ——— ———        ——— ——— ———        —■— —■— ———
■■■ ——— ———        ■×× ■■■ ———        —×— —■— ———
■—— ——— ———        ——— ——— ———        —×— —■— ———

S0:                S4:                S8:
——— ——— ———        ——— ——— ———        —×— —■— ———
■■— ——— ———        ×■■ ■■— ———        —■— —■— ———
—■■ ——— ———        ——— ——— ———        —■— ——— ———
S1:                S5:                S9:
—■— ——— ———        ——— ——— ———        —■— —■— ———
■■— ——— ———        ■×— ■■— —■—        —×— —■— —■—
■—— ——— ———        ——— ——— ———        ——— ——— ———
S2:                S6:                S10:
——— ——— ———        ——— ——— ———        —■— ——— ———
—■■ ——— ———        ■■× —■■ ———        —■— —■— ———
■■— ——— ———        ——— ——— ———        —×— —■— ———
S3:                S7:                S11:
—■— ——— ———        ——— ——— ———        ——— ——— ———
—■■ ——— ———        —×■ —■■ —■—        —×— —■— —■—
——■ ——— ———        ——— ——— ———        —■— —■— ———

O0:                O1:                O2:
——— ——— ———        ——— ——— ———        ——— ——— ———
—■■ ——— ———        —■■ —■■ ———        —■— —■— ———
—■■ ——— ———        ——— ——— ———        —■— —■— ———
```